

1. Введение в теорию систем.

1.1 Основные определения

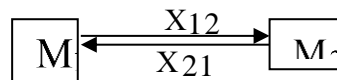
Элементом называется некоторый объект (материальный, энергетический, информационный), обладающий рядом важных для нас свойств, но внутреннее строение (содержание) которого безотносительно к цели рассмотрения.

Обозначение: M , совокупность $\{M\}$, $M \in \{M\}$.

Связью называется важный для целей рассмотрения обмен между элементами (веществами, энергией, информацией).

Единичным актом связи выступает воздействие.

Обозначим воздействие M_1 на M_2 – X_{12} и т.д.



Системой называется совокупность элементов, обладающих следующими признаками:

а) связями, которые позволяют посредством переходов по ним от элемента к элементу соединить два любых элемента совокупности;

б) свойством (назначением, функцией), отличным от свойства отдельных элементов совокупности.

Назовем признак а) связностью системы; б) ее функцией.

Применяя так называемое «кортежное» (т.е. последовательность в виде перечисления) определение системы, можно записать

$$\Sigma: \{ \{M\}, \{X\}, F \}$$

где Σ – система, $\{M\}$ – совокупность элементов в ней, $\{X\}$ – совокупность связей, F – функция (новое свойство системы).

Практически любой объект с определенной точки зрения может рассматриваться как система.

Большой системой принято называть систему, включающую значительное число однотипных элементов и однотипных связей.

Сложной системой называется система, состоящая из элементов разных типов и обладающая разнородными связями между ними.

$$\{M\}: \{ \{M^1\}, \{M^2\}, \dots, \{M^R\} \}$$

Пример: судно, ракета, ЭВМ, транспортная сеть города.

Автоматизированной системой называется сложная система с определяющей ролью элементов двух типов: а) в виде технических средств; б) в виде действий человека.

$$E^A: \{ \{M^T\}, \{M^Ч\}, \{x\}, F \}$$

1.2 Структуры и иерархия

Структурой системы называется расчленение ее на группы элементов с указанием связей между ними, неизменное на все время рассмотрения и дающее представление о системе в целом.

Может иметь материальную (вещественную), функциональную, алгоритмическую и др. основу.

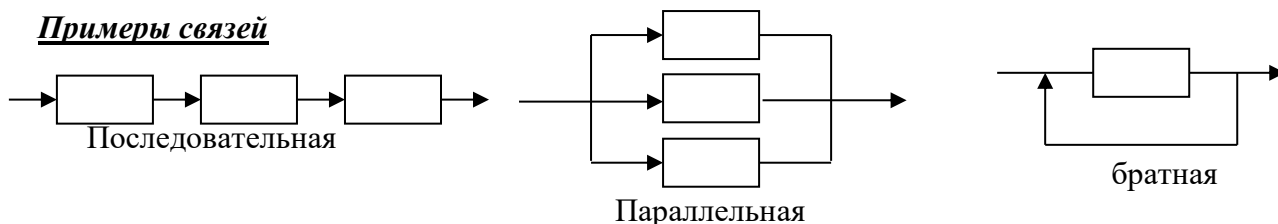
Изображается в виде **схемы** (структурной) либо символически:

$$\Sigma\Sigma: \left\{ \left\{ \hat{M} \right\}, \left\{ \hat{x} \right\} \right\},$$

где $\left\{ \hat{M} \right\}$ – совокупность групп элементов;
 $\left\{ \hat{x} \right\}$ – совокупность связей.

Пример: книга – главы, автомобиль, АСУ.

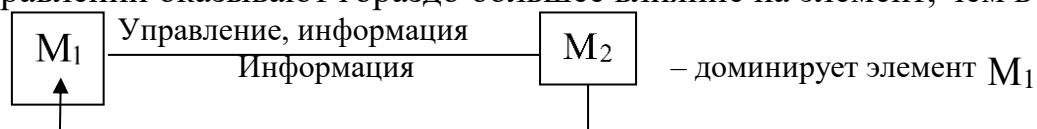
Примеры связей



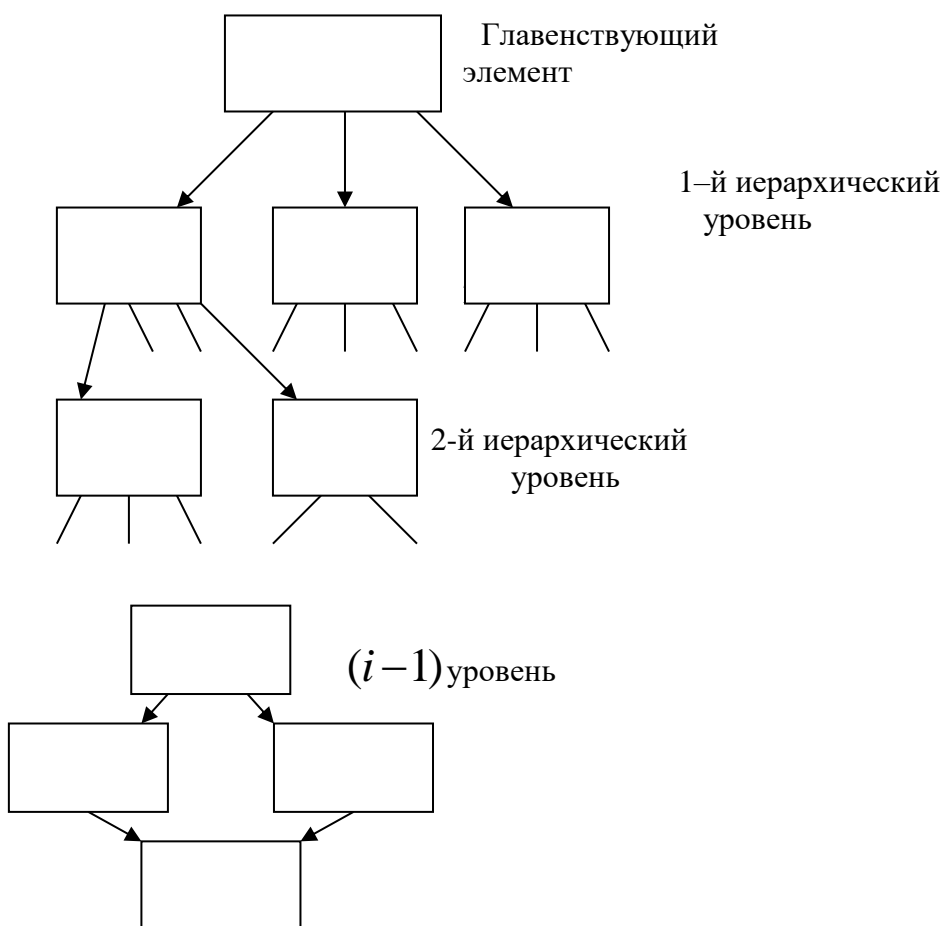
Обратная связь означает, что результат функционирования элемента влияет на поступающие на него воздействия.

Декомпозицией называется деление системы на части, удобные для каких-либо операций с этой системой.

Иерархией называется структура с наличием подчиненности, т.е. неравноправных связей между элементами, когда воздействий в одном из направлений оказывают гораздо большее влияние на элемент, чем в другом.



Виды иерархических структур разнообразны, но основных, важных для практики иерархических структур две – **древовидная** (веерная) и **ромбовидная**.



$(i + 1)$ уровень

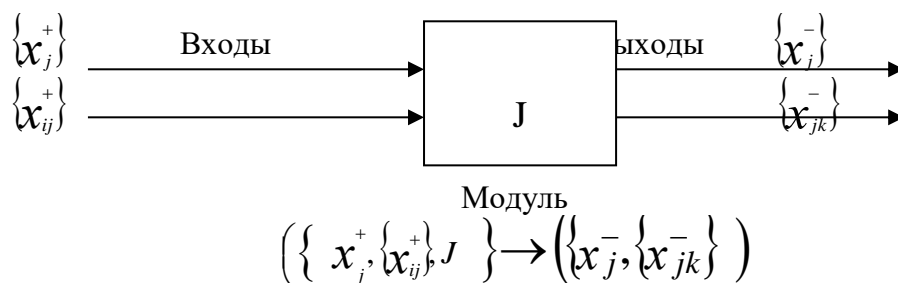
Пример: министерство – завод – цех – бригада.

1.3 Модульное строение системы и информация

Связь системы с внешней средой осуществляется через входы и выходы системы.

Как правило, выходы элемента определяются входами и ее внутренним строением. В этом случае говорят, что выход есть функция от входа и самого элемента.

Группа элементов системы, описываемая только своими входами и выходами и обладающая определенной цельностью называется модулем.



Понятие модуля близко к концепции «черного ящика» в кибернетике. Кроме этого в различных разделах науки и техники есть другие синонимы: «агрегат», «блок», «узел», «подпрограмма», «программный модуль», «подразделение», «комиссия».

Для сложных искусственных систем следует особо выделить информационные связи. Во-первых, они часто являются преобладающими, а во-вторых, они, как правило, сопровождают и два остальных вида – вещественные и энергетические.

Количественная оценка информации – через число сообщений, число операторов, файлов, знаки, двойные коды («биты») и т.д.

В сложных системах особенно важна передача информации. Она может быть предметом специального рассмотрения; в этом случае выделяют потоки информации, направления передачи и др. ее характеристики. Такие схемы принято называть информационной структурой или информационным графом системы.

Информационный граф может быть исследован с целью минимизации потоков или сокращения их длины, с точки зрения дублирования путей передачи и т.д.

В широком смысле функционирование системы можно трактовать как преобразование входной информации в выходную. Такая точка зрения особенно полезна при изучении принятия решений в системе, т.е. в системном анализе.

1.4 Процессы в системе

Зафиксируем все значения характеристик в системе, важных для целей рассмотрения. Такую ситуацию назовем состоянием системы.

Процессом называется набор состояний системы, соответствующий упорядоченному непрерывному или дискретному изменению некоторого параметра, определяющего характеристики (свойства) системы.

Процесс движения (изменения) системы во времени называется динамикой системы.

Символическая запись:

$S_{t_0 t}(y(t_0)) = y(t), y \in Y, t \in T$, где $S_{t_0 t}$ – процесс, т.е. некоторое правило

перехода от ситуации со значением параметра t_0 к ситуации со значением параметра $t > t_0$ через все его промежуточные или дискретные значения $y \in Y$.

1.5 Целенаправленные системы и управление

Под целью системы понимается задача получения желаемого выходного воздействия или достижения желаемого состояния системы.

Пример: задачи линейного программирования.

$$f = \sum_{j=1}^n \gamma_j x_j - \min_{j=\overline{i,n}} \quad (2.1)$$

$$\sum_{j=1}^n \alpha_{ij} x_j = \beta_i \quad (i = \overline{i,m}), (j = \overline{i,n}) \quad (2.2)$$

$$\sum_{i=1}^n \alpha_{ij} x_j \leq \beta_i \quad (j = \overline{i,n}), (i = \overline{i,m}) \quad (2.3)$$

f – целевая функция.

а) задачи планирования производства;

б) задача о рационе и т.д.;

в) задача оптимальной загрузки оборудования.

Постановка цели перед системой (часто говорят глобальной цели) влечет за собой необходимость а) формулировки локальных целей, стоящих перед элементами системы и группами элементов; б) целенаправленного вмешательства в функционирование (строение, создание) системы.

Целенаправленное вмешательство в процесс в системе называется управлением.

Управление – универсальный термин в смысле огромного многообразия его конкретных реализаций:

а) в математических моделях это числа, функции, алгоритмы, графовые структуры; б) в технических системах – сила, геометрические размеры, различные сигналы (например, команды ЭВМ); в) в экономике – размеры

финансирования, материальные ресурсы и сроки их поставки, расстановка кадров;г) в социальной сфере – приказы, советы, действия, влияние на общественное мнение и т.д.

Управление – чрезвычайно широкий и свободный в употреблении термин. Строгий подход к управлению требует четкого, однозначного определения.а) того, чем мы распоряжаемся;б) каковы пределы, в которых мы можем выбирать;в) каково влияние данного управления на процесс.

На практике по всем перечисленным требованиям могут быть неясности, а двумя последними вовсе пренебрегают. Это может приводить, в частности, к тому, что управление не будет вести к цели. Такое положение возможно, но в строгой трактовке управления – когда отсутствует описание процесса в системе. В этом случае мы просто набираем опыт работы с черным ящиком. Наконец, следует сказать, что в случае, когда мы исходим из цели (что чаще всего бывает), может быть ситуация, при которой не существует управления, обеспечивающего ее выполнение. Тогда что-то меняют либо в структуре системы либо в области достижимости цели, либо в области управляющих воздействий.

Символическая запись управляемой системы:

$$S_{t_0 t}^u(y(t_0))=y(t,u), \quad y \in Y, \quad t \in T, \quad u \in U \quad \text{– обобщенный вид процесса.}$$

Пусть f – значение для тех выходных переменных, на которые можно влиять выбором управлений, u – критерии, f_G – желаемый выход, G – цель.

$$f = f(y)$$

Пусть существует момент t_G (или он задан), и существует состояние характеристик y_G , позволяющее достичь цели f_G . Пусть состояние y_G может быть достигнуто управляемым процессом $S_{t_0 t}^u$. Тогда управление u_G , позволяющее выполнить цель f_G определяется как часть триады (t_0, y_G, u_G) , управляющее соотношением

$$\begin{cases} S_{t_0 t}^u(y(t_0))=y(t,u) \\ f(y)=f_G \end{cases} \\ y \in Y, \quad t \in T, \quad u \in U$$

Обозначим глобальную цель G^0 , набор локальных целей первого иерархического уравнения – через $\{G^1\}$, второго через $\{G^2\}$ и т.д. Иерархическая структура целей в системе запишется так:

$$G^0 \rightarrow \{G^1\} \rightarrow \{G^2\} \rightarrow \Lambda$$

2. Принципы и процедуры системного анализа.

2.1 Принципы системного подхода

– Принцип конечной цели: абсолютный приоритет конечной (глобальной цели).– Принцип единства: совместное рассмотрение системы как целого и как совокупности частей (элементов).– Принцип связности: рассмотрение любой части совместно с ее связями с окружением.– Принцип модульного построения: полезно выделение модулей в системе и рассмотрения ее как совокупности модулей.– Принцип иерархии: полезно введение иерархии частей (элементов) и (или) их ранжирование.– Принцип функциональности: совместное рассмотрение структуры и функции с приоритетом функции над структурой.– Принцип развития: учет изменяемости системы; ее способность к развитию, расширению, замене частей, накоплению информации.– Принцип децентрализации: сочетание в принимаемых решениях и управлении централизации и децентрализации.– Принцип неопределенности: учет неопределенностей и случайностей в системе.

2.2 Основные процедуры системного анализа

– Изучение структуры системы, анализ ее компонентов, выявление взаимосвязей между отдельными элементами.– Сбор данных о функционировании системы, исследование информационных потоков, наблюдение и эксперименты над анализируемой системой.– Построение моделей.– Проверка адекватности моделей, анализ неопределенности и чувствительности.– Исследование ресурсных возможностей.– Определение целей системного анализа.– Формирование критериев.– Генерирование альтернатив.– Реализация выбора и принятия решений.– Внедрение результатов анализа.Пример: Экономические критерии – прибыль, рентабельность, себестоимость. Техничко–экономические – производительность, надежность, долговечность. Технологические – выход продукта, качество продукта и т.д.

2.3 Классификация систем

Общепринятой классификации экономико–математических моделей не существует, однако можно выделить примерно десять классификационных рубрик таких моделей; рассмотрим некоторые из них:

а) по степени агрегирования объектов моделирования модели разделяются на макроэкономические и микроэкономические;

б) по предназначению, т.е. по цели создания и применения выделяют балансовые модели, выражающие требования соответствия наличия ресурсов и их использование, трендовые модели, в которых развитие моделируемой экономической системы отражается через тренд (длительную тенденцию) ее основных показателей; оптимизационные модели, предназначенные для выбора наилучшего варианта из определенного или бесконечного числа вариантов производства, распределение или потребление; имитационные модели, предназначенные для использования в процессе машинной имитации изучаемых систем или процессов и др.

в) по типу информации, используемой в модели экономики, математические модели делятся на аналитические, построенные на априорной информации и идентифицируемые, построенные на апостериорной информации.

г) по учету факторов времени модели подразделяются на статические, в которых все зависимости отнесены к одному моменту времени, и динамические, описывающие экономические системы в развитии;

д) по учету фактора неопределенности модели распадаются на детерминированные, если в них результаты на выходе однозначно определяются управляющими воздействиями, и стохастические (вероятностные) если при задании на входе модели определенной совокупности значений на ее выходе могут получиться различные результаты в зависимости от действия случайного фактора;

е) экономико–математические модели могут также классифицироваться по характеристике математических объектов, включенных в модель, т.е. по типу математического аппарата, используемого в модели. С этой точки зрения могут быть выделены следующие модели: матричные, линейного и нелинейного программирования, корреляционно–регрессионные, сетевого планирования, теории игр, теории массового обслуживания и т.д.

В качестве примера рассмотрим экономико–математическую модель межотраслевого баланса, которая с учетом приведенных выше характеристик является макроэкономической, аналитической, балансовой, матричной, детерминированной. Бывают статические и динамические.

3. Модели и моделирование в системном анализе.

3.1 Основные понятия

Одним из основных методов научного познания является эксперимент, а самой распространенной его разновидностью – метод моделирования систем.

Существуют системы, на которых просто невозможно ставить эксперименты с познавательной целью. К таким системам относится экономика.

Под моделью принято понимать систему, способную замещать оригинал так, что ее изучение дает новую информацию об оригинале. Модель должна частично или полностью воспроизводить структуру моделируемой системы, ее функции.

Под моделированием понимается передача построения и исследования модели, способной заменить реальную систему и дать о ней новую информацию.

Процесс моделирования включает в себя следующие основные этапы:

а) постановка проблемы (задачи), выработка цели исследования и исходных предпосылок; б) переход от оригинала к модели, т.е. построение модели; в) экспериментальное исследование модели; г) перенесение результатов, полученных при исследовании модели на моделируемую систему (оригинал).

Процесс моделирования обладает цикличностью.

Пример: самолет.

Возможность переноса различных свойств модели на оригинал обоснована сходством (аналогией) оригинала и модели. Что же касается вида и полноты сходства оригинала и модели, то этот вопрос решается в зависимости от

особенностей различных типов моделей.

Модели условно делятся на 2 типа: физические и символические.

В свою очередь физические модели делятся на модели геометрического подобия и аналоговые модели.

Символические модели описывают структуру и функции оригинала с помощью символов и соотношений между ними, выражающих определенные зависимости, присущие оригиналу.

Большое место среди символических моделей занимают математические модели (уравнения неравенства, функции, алгоритмы и т.д.), отражающие математические и логические зависимости.

Математическая модель представляет собой систему математических и логических соотношений, описывающих структуру и функции реальной системы.

- отличается по своей физической природе от оригинала;
- часто является универсальной, т.е. используется для исследования различных систем;
- позволяет использовать средства вычислительной техники.

Среди математических моделей важное место занимают экономико–математические модели.

3.2 Экономико–математические модели

Большинство экономико–математических моделей включают в себя систему уравнений и неравенств, состоящих из набора переменных и параметров. Переменные величины характеризуют, например, объем производимой продукции, капитальных вложений, перевозок и т.п., а параметры – нормы расхода сырья, материалов, времени на производство определенной продукции.

Практически в каждой модели можно выделить две группы переменных: 1) внешние переменные – их значения определяются вне данной модели и считаются заданными; 2) внутренние переменные, значения которых определяются в результате исследования модели.

Различают структурные и функциональные экономико–математические модели. Структурные модели исследуют состав системы, взаимосвязи ее элементов. Функциональные модели позволяют оптимизировать поведение системы в различных ситуациях безотносительно к ее внутренней структуре.

Экономико–математические модели используются преимущественно для планирования или прогнозирования системы на будущее (как будет протекать экономический процесс, если в его основу положить определенную систему экономических предпосылок).

Экономико–математические модели делятся также на описательные и оптимизационные. Описательные модели экономических систем представляют собой формализованную с помощью математического аппарата экономическую задачу и используются для более глубокого изучения состояния системы и взаимосвязи ее элементов.

Пример: матричные модели межотраслевого баланса, производственная функция.

Оптимизационные модели обладают условием нахождения оптимального решения (критерий оптимальности), который записывается в виде функционала.

Пример: модели оптимального производства, программы оптимального раскроя, оптимального размещения предприятий, транспортная задача и т.п.

Делятся также на линейные и нелинейные.

Пример: увеличение выпуска продукции – затраты производства на динамические и статические.

3.3 Общие положения системного описания экономического анализа

Под социально–экономической системой понимается сложная вероятностная динамическая система, охватывающая процессы производства, обмена, распределения и потребления материальных и других благ.

Она относится к классу кибернетических систем, т.е. управляемых.

Основным методом исследования систем является метод **моделирования**.

Практическими задачами экономико–математического моделирования являются:

- а) анализ экономических объектов и процессов;
- б) экономическое прогнозирование, предвидение развития экономических процессов;
- в) выработка управленческих решений на всех уровнях хозяйственной иерархии.

Социально–экономические системы относятся, как правило, к так называемым **«сложным системам»**. Важнейшими свойствами сложной системы, которые необходимо учитывать при их системном анализе, являются:

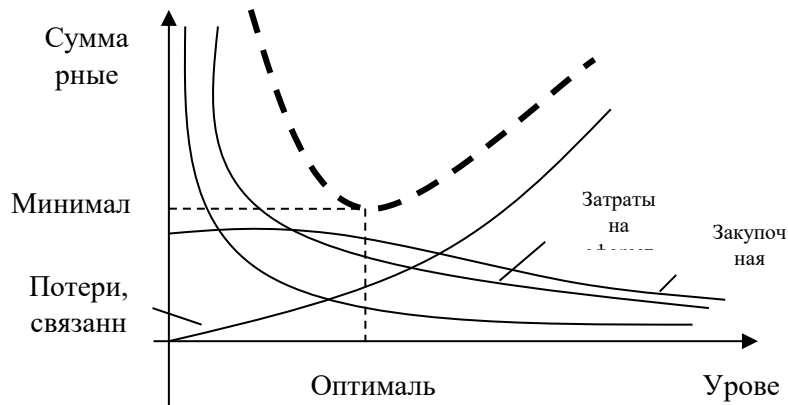
- а) эмерджентность как проявление в наиболее яркой форме свойства целостности системы, т.е. наличие у системы таких свойств, которые не присущи ни одному из составляющих элементов, взятому в отдельности вне системы. Эмерджентность есть результат возникновения между системами так называемых синэнергетических связей, которые обеспечивают увеличение общего эффекта до величины большей, чем сумма эффектов элементов системы, действующих независимо. Поэтому социально–экономические системы необходимо использовать и моделировать в целом;
- б) массовый характер экономических явлений и процессов;
- в) динамичность экономических процессов, заключающаяся в изменении параметров и структуры экономических систем под влиянием среды (внешних факторов);
- г) случайность и неопределенность в развитии экономических явлений;
- д) невозможность изолировать протекающие в экономических системах явления и процессы от окружающей среды, с тем, чтобы наблюдать и исследовать их в чистом виде;
- е) активная реакция на появляющиеся новые факторы, способность социально–экономических систем к активным, не всегда предсказуемым действиям в зависимости от отношения системы к этим факторам, способам и методам их воздействия.

4. Задачи управления запасами.

4.1 Однопродуктовая модель простейшего типа

С увеличением запасов увеличиваются расходы на их хранение, но уменьшаются потери из-за возможной их нехватки. Следовательно, одна из задач управления запасами заключается в определении такого уровня запасов, который минимизирует следующий критерий: сумму ожидаемых затрат по хранению запасов, а также потерь из-за дефицита.

$$\left(\begin{array}{c} \text{Суммарные} \\ \text{затраты} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Затраты на} \\ \text{приобретение} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Затраты на} \\ \text{оформление} \\ \text{заказа} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Затраты на} \\ \text{хранение} \\ \text{заказа} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Потери от} \\ \text{дефицита} \end{array} \right)$$



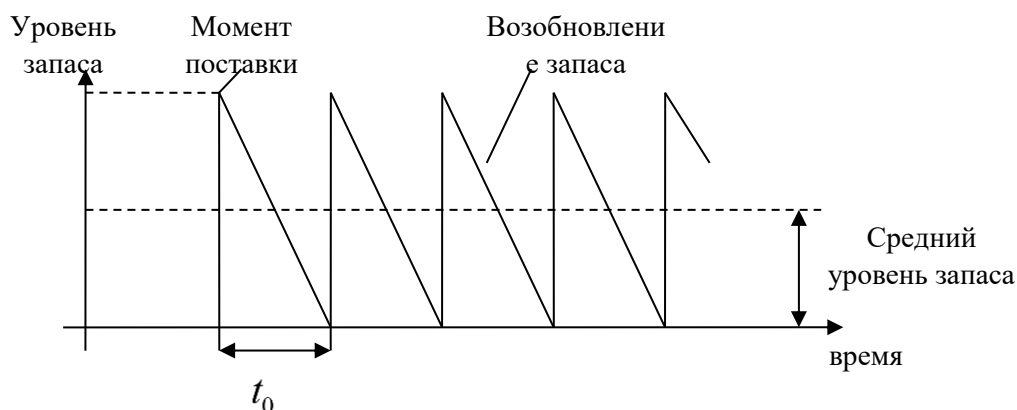
5.1.1. Однопродуктовая модель простейшего типа

- Характеристики:
- 1) темп спроса известен и постоянен;
 - 2) получение заказа мгновенно;
 - 3) отсутствуют любые скидки;
 - 4) нет дефицита.

Исходные данные: 1) темп спроса, издержки заказа и хранения

Результат: оптимальный размер заказа, время между заказами, точка возобновления заказа.

Пример: осветительные лампы в здании, использование канцелярских товаров крупной фирмой, промышленные изделия (болты, гайки), поступление продуктов питания (хлеб, молоко).



$$t_0 = \frac{y}{\beta}$$

$Y/2$ ср.уров.заказа

β – интенсивность спроса (в ед. времени). Уровень запаса достигает нуля

спустя $\frac{y}{\beta}$ единиц времени после получения заказа размером y .

K – затраты на оформление заказа

h . затраты на хранение

y -размер заказа;

$U(y)$ = суммарные затраты в ед. времени

$U(y)$ = [оформл-е]+[хранение].

$$U(y) = \frac{K}{y/\beta} + h \frac{y}{2} = K\beta / y + hy/2$$

(сумм.затр)

Отсюда

$$\frac{dU(y)}{dy} = -\frac{K\beta}{y^2} + \frac{h}{2} = 0 \Rightarrow y^* = \sqrt{\frac{2K\beta}{h}}$$

$$y^* = \sqrt{\frac{2K\beta}{h}} \text{ — оптимальное значение размера заказа (формула Вильсона)}$$

Каждый заказ через каждые $t_0^* = y^* / \beta$ ед. времени.

Оптимальные затраты: $U(y^*) = \sqrt{2K\beta h}$

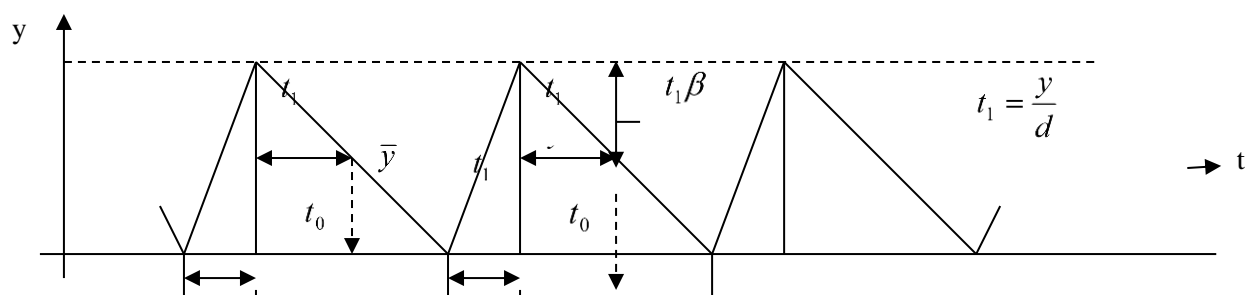
Для большинства реальн.ситуац.сущ-ет срок вып-я заказа λ (запаздание) от момента размещ-я до его стратегия разм-я заказ. Опред-ет точку возобновл-я заказа:

$$\begin{aligned} U^* z = t_0 \beta, t_0 \geq L \\ = (L - t_0) \beta, t_0 < L \end{aligned}$$

4.2 Модели с равномерным наполнением запаса

$$Z\alpha / y1 = y\beta / y,$$

$$Z = y\beta / \alpha$$



Альфа- интенсивн-ть пополнения

$$U(y) = \frac{K\beta}{y} + \frac{h}{2} \left(1 - \frac{\beta}{\alpha}\right) y$$

$$y^* = \sqrt{\frac{2K\beta}{h\left(1 - \frac{\beta}{\alpha}\right)}}$$

4.3 Однопродуктовая модель простейшего типа с дефицитом

Альфа- интенсивн-ть пополнения

P-удельн. потеря от дефицита

w-дефицит

из подобия треугольников:

$$t_1/t_0 = (y-w)/y$$

$$t_2/t_0 = w/y$$

$$U(y) = \frac{K\beta}{y} + \frac{h}{2} (y-w)t_1/t_0 + pw^2/(t_0/2) = \frac{K\beta}{y} + \frac{h(y-w)^2}{2y} + pw^2/2y$$

$$y^* = \sqrt{\frac{2K\beta(p+h)}{ph}} \quad w^* = \sqrt{\frac{2K\beta\alpha}{p(p+\alpha)}}$$

4.4 Модели с равномерным наполнением запаса с дефицитом